

# ALUMÍNIUM LEMEZ ASZIMMETRIKUS HENGERLÉSE KÖZBEN FELLÉPŐ DEFORMÁCIÓJÁNAK VIZSGÁLATA

Bátorfi János György<sup>a</sup>, Sidor Jurij<sup>b\*</sup>

<sup>a</sup> ELTE, Informatikai Kar, Savaria Műszaki Intézet, Gépészmérnöki MSc, 2. évf.

<sup>b</sup> ELTE, Informatikai Kar, Savaria Műszaki Intézet, egyetemi tanár

## ABSZTRAKT

Ebben a cikkben a hengerek közötti szimmetrikus és aszimmetrikus hengerlés deformációs viszonyait vizsgáltuk. Lemezek esetén az egyenletes keménység és feszültségeloszlás aszimmetrikus hengerléssel érhető el. A kialakuló deformációk és alakváltozások vizsgálatához a keresztmetszet pontjainak egymáshoz képesti relatív elmozdulásainak ismerete szükséges. A lemez és a henger közötti súrlódási tényező különböző modellekkel vizsgálhatóak. Hengerelt alumínium mintákból határoztuk meg az egyes pontok elmozdulását, melyekből az adatok feldolgozásával számítottuk a hengerlés közben fellépő súrlódási tényezőt. A mérési pontok elmozdulását a keménységmérési nyomokról készített hengerlés előtti és utáni optikai mikroszkópos felvételek összehasonlításával végeztük. A mintákból kinyert adatok és a végelelemes szimuláció eredményeinek összehasonlításával ellenőriztük a modellek alkalmazhatóságát.

**Kulcsszavak:** *aszimmetrikus hengerlés, deformáció, súrlódás*

## 1. Bevezetés

Hengerlés során az anyag képlékeny alakváltozást szenved el, a lemez magassági, hosszúsági és szélességi méretei megváltoznak. Továbbá megváltozik a hengerelt anyag szerkezete és tulajdonságai is [1]. A hengerlés során főként a lemez hosszúsága és vastagsága paraméterei változik meg, a szélesség változása elhanyagolható, így a végelelemes modellezés során a lemez hengerlése egyszerűsítve, 2D-s alakváltozásként modellezhető. A hengerlésre használható legfőbb jellemző a vastagság változásból meghatározható deformáció, mely az (1) egyenlet szerint számítható.

$$\varepsilon = \frac{\Delta h}{h_0} = \frac{h_0 - h_{def}}{h_0}, \quad (1)$$

ahol:

- $\varepsilon$ , a jellemző deformáció,
- $\Delta h$ , vastagság változás,
- $h_0$ , vastagság hengerlés előtt,
- $h_{def}$ , vastagság hengerlés után.

A hengerlés során a hengerrel érintkező felület vízszintes vetületének hossza az [1]-ben ismertetett (2) egyenlet szerint számítható.

$$l_d = \sqrt{R \cdot \Delta h}, \quad (2)$$

ahol:

- $l_d$ , a nyomott ív vízszintes vetülete (1. ábra),
- $R$ , a henger sugara.

A hengerlés sikerességéhez a hengerlési paramétereknek az [1]-ben ismertetett behúzási és áthúzási feltételeket ki kell elégíteni, a feltételeket a (3) és a (4) összefüggések adják meg. A hengerlési feltételek értelmezése az 1. ábrán látható.

A behúzási feltétel:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2l_d}{2R - \Delta h} < \mu, \quad (3)$$

ahol: -  $\alpha$ , a behúzási szög,  
-  $\mu$ , súrlódási tényező.

Az áthúzási feltétel:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta h}{2l_d} < \mu, \quad (4)$$

ahol  $\varphi$ , az áthúzási szög.

A  $\mu$  értékétől függően három eset lehetséges:

- $\mu < \operatorname{tg} \alpha$ : A hengerlés nem lehetséges.
- $\operatorname{tg} \alpha < \mu < \operatorname{tg} \varphi$ : A hengerlés kezdetén a lemez hengerrésbe juttatásához külső erő alkalmazása szükséges.
- $\operatorname{tg} \varphi < \mu$ : A hengerlés külső erőbevezetés nélkül lehetséges, a hengerek behúzzák a lemezt.

A lemez szélességi méretének változása az [1]-ben ismertetett (5)–(7) összefüggések segítségével lehetséges. Azonban az ezekből számítható alakváltozás a vastagságból adódó alakváltozáshoz képest elhanyagolható mértékű. Az ismertetett összefüggések tetszőleges anyagra alkalmazhatóak.

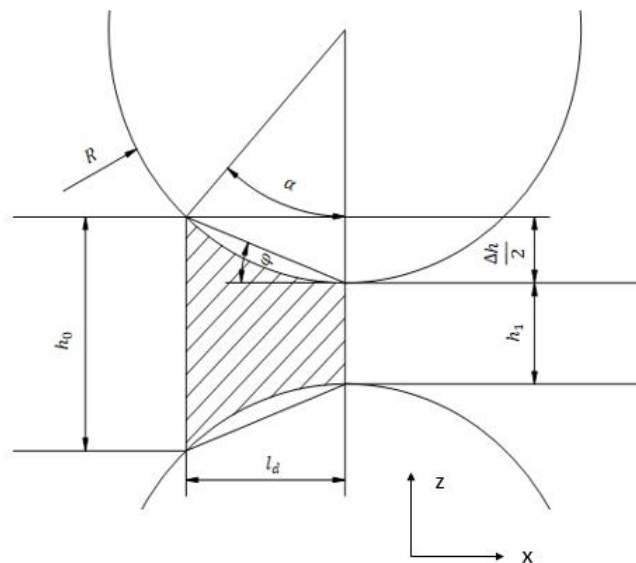
$$\Delta b = 0,35 \cdot \Delta h, \quad (5)$$

$$\Delta b = 0,35 \cdot l_d \cdot \frac{\Delta h}{h_0}, \quad (6)$$

$$\Delta b = \frac{\Delta h}{3}. \quad (7)$$

A lemez képlékeny alakváltozáshoz tartozó feszültség függ a deformáció mértékétől, a deformációs sebességtől, alakítás hőmérsékletétől, a függés az [1]-ben ismertetett (8) egyenletből határozható meg:

$$k_f = k_0 \cdot K^\varphi \cdot K^\dot{\varphi} \cdot K^T, \quad (8)$$



1. ábra: Hengerlési rés geometriai modellje

ahol:

- $k_f$ , az alakítási szilárdság,
- $k_0$ , anyagfüggő állandó,
- $K^\varphi$ , alakváltozás nagyságától függő tag,
- $K^{\dot{\varphi}}$  alakváltozási sebességtől függő tag,
- $K^T$  alakítási hőmérséklettől függő tag.

A (8) összefüggésben szereplő  $k_f$  alakítási szilárdság a Tresca-Mohr (9) vagy a Huber-Mises-Hencky elmélet (10) szerint számítható.

$$k_f = \sigma_1 - \sigma_3, \quad (9)$$

$$k_f = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}, \quad (10)$$

ahol:

- $\sigma_1$ , legnagyobb főfeszültség,
- $\sigma_2$ , közepes főfeszültség,
- $\sigma_3$ , legkisebb főfeszültség.

Az egyenértékű alakváltozás ( $\bar{\varphi}$ ) Huber-Mises-Hencky elmélet szerint a (11) összefüggéssel számítható. A későbbi számítások során a Huber-Mises-Hencky elméletet használtuk fel.

$$\bar{\varphi} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(\varphi_1 - \varphi_2)^2 + (\varphi_2 - \varphi_3)^2 + (\varphi_3 - \varphi_1)^2}, \quad (11)$$

ahol:

- $\varphi_1$ , legnagyobb főnyúlás,
- $\varphi_2$ , közepes főnyúlás,
- $\varphi_3$ , legkisebb főnyúlás.

Az alakítási szilárdság az [1] és [2] szerint (12) és (13) szerint számítható, mivel a hidegalakítás esetén az alakítási szilárdság nem függ az alakítási sebességtől és az alakítás hőmérsékletétől.

$$k_f = R_{p0.2} + B \cdot \bar{\varphi}^n, \quad (12)$$

$$k_f = C \cdot \bar{\varphi}^n, \quad (13)$$

ahol:

- $R_{p0.2}$ , egyezményes folyáshatár,
- $B, C$ , anyagfüggő állandó,
- $n$ , keményedési kitevő.

A henger és a hengerelt lemez közötti súrlódási tényező a [3] eredményei alapján függ a felületi nyomástól, csúszási sebességtől, hőmérséklettől, a (14) összefüggés szerint. Széles körben egyszerűsített számítást szoktak alkalmazni, melyeket a (15)–(17) egyenletek mutatnak be. A legegyszerűbb változat a (15) összefüggés szerinti, ahol a súrlódási tényezőt állandónak feltételezhetjük. A (17) egyenlet szerinti másik modell a csúszási sebesség változását veszi figyelembe [3] eredményei alapján.

$$\mu = f(p, v, T), \quad (14)$$

$$\mu = \mu_0, \quad (15)$$

$$\mu = C_1 (C_2 - 0.0005T - 0.0056v), \quad (16)$$

$$\mu = \mu_0 \frac{2}{\pi} \arctg \left( \frac{\Delta v}{C} \right), \quad (17)$$

- ahol:
- $\mu$ , súrlódási tényező,
  - $\mu_0$ , nyugvásbéli súrlódási tényező,
  - $p$ , a felületek között fellépő nyomás,
  - $v$ , felületek közötti relatív csúszás sebessége,
  - $T$ , súrlódó felületek hőmérséklete
  - $C_1, C_2$  konstans.

A súrlódási folyamat elemzésének egy másik módja annak vizsgálata, hogy a súrlódásból származó csúsztatófeszültség nem haladhatja meg az anyagra jellemző maximális csúsztatófeszültséget.

Az aszimmetrikus hengerlés jellemzője, hogy a két henger átmérője különböző, valamint az alsó és felső a hengernél eltér a hengerlési sebesség, vagy a súrlódási tényező. Ezért a szimmetrikus hengerlés során jellemző nyomó alakváltozás mellett jelentős mértékű csúsztató alakváltozás is éri az anyagot. Ez a [4] eredményein alapuló 2. ábrán is látható, valamint az is megfigyelhető, hogy aszimmetrikus hengerlés esetén szinte egyenletes deformáció érhető el [5].

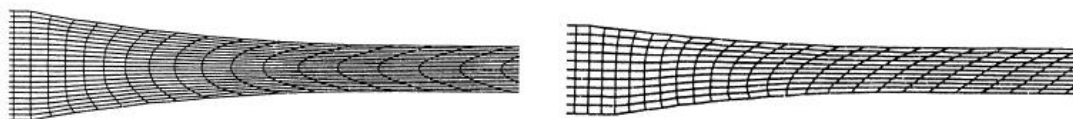
Jelen vizsgálat célja az alumínium lemezek szimmetrikus- és aszimmetrikus hengerlése során fellépő deformációk vizsgálata különös tekintettel az aszimmetrikus hengerlés során fellépő, jelentős mértékű nyírási alakváltozásra. A cikkben elsősorban a súrlódási tényező és alkalmazott hengerlési paraméterek hatását vizsgáltuk a megmunkálás során fellépő deformációkra. A vizsgálat eredményei a későbbiekben felhasználhatók a hengerlés egyszerűbb és hatékonyabb leírására, a hengerelt lemezben fellépő szerkezeti változások vizsgálatához.

## 2. Anyag és módszer

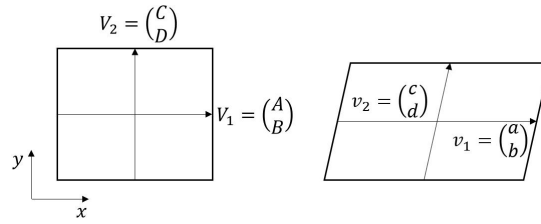
A hengerelt minták előkészítése és a mérések az Eötvös Loránd Tudományegyetem, Informatikai Kar, Savaria Műszaki Intézetének anyagvizsgáló laborjában történtek. A vizsgálatok minden esetben hideghengerléssel történtek. A hengermű alsó és felső hengerei külön szinkronmotorral hajtottak, a hengerek fordulatszáma frekvenciaváltóval külön-külön szabályozható. A hengerek átmérője 150 mm. A hengerlési rés mérete önzáró mechanizmussal beállítható. A hengerlés során kenőanyagot nem alkalmaztunk. A hengerlések részben szimmetrikus hengerléssel, részben eltérő arányú aszimmetrikus hengerléssel történtek. A hengerelt lemezek anyaga Al 1050 és Al 6082 anyagminőségű alumínium.

Általános cél az egyenletes keménység és alakváltozás elérése a lemez vastagsága mentén, erre legalkalmasabb az aszimmetrikus hengerlés. A deformációk meghatározása az elmozdulások vizsgálatával lehetséges. Az elmozdulások meghatározására külön figyelmet kell fordítani, az adatok kinyerése optikai mikroszkópon készített felvételekből történt.

A hengerlési kísérletek eredményeit végelemes szimulációkkal (VEM) hasonlítottuk össze. A hengerlés végelemes modellezéséhez szükséges a lemez és henger között fellépő súrlódási tényező ismerete. Ennek meghatározása az elvégzett lemezek elmozdulásaiból történt. A valódi és VEM módszerrel meghatározott elmozdulásokra függvényt illesztve a deformációk bármely tetszőleges pontban meghatározhatók. A minták megfelelő előkészítésével a hengerelt lemez mélyebb rétegei is vizsgálhatóvá válnak. Az előkészítés során a megfelelő méretű munkadarabokat hőkezelés után egyre finomabb csiszoló papírokkal simára csiszoltuk. A polírozás során a megmaradt finomabb karcok is eltűntek a minta felületéről.



2. ábra: Hengerelt anyag keresztmetszete szimmetrikus és aszimmetrikus hengerlés esetén [4]



**3. ábra:** Elemi téglalapok deformáció előtt és után

A fémek keménységének mérése különböző módszerekkel történhet. A legszélesebb körben alkalmazott módszerek: Vickers, Brinell, Rockwell, Knoop. A változások mérésére mikrokeménység-mérési módszereket alkalmaztunk, amivel a hengerelt lemez vastagsági mérete mellett 15–20 pontban is mértük a keménységet. A keménység változása alapján a keménységi profil megállapítható. A Zeiss Axio Imager A2.m anyagvizsgáló mikroszkóp segítségével készült képekből ImageJ szoftver 1.52p verziójának segítségével nyertük ki a pontok elmozdulását.

### 3. Kísérleti eredmények

A szimmetrikus hengerléssel jelentős alakítási energia vihető be. Az aszimmetrikus hengerlés hátránya, hogy hengerlés során a lemez meggömbül. A keresztmetszet vizsgált pontjaihoz tartozó deformáció és deformációs sebesség értékek kiszámításához egy-egy elemi téglalap vizsgálata szükséges. Ezen elemi téglalapok deformációinak kiszámítására [6] ismertet egy módszert. A 3. ábrán látható elemi téglalap egy időpillanatában a deformációs gradiens tenzor meghatározása (18–22) összefüggések szerint lehetséges. A deformáció előtti téglalapot leíró vektorok komponenseinek meghatározása a (18–19) összefüggések szerint történik [6].

$$\mathbf{V}_1 = A\mathbf{i} + B\mathbf{j}, \quad (18)$$

$$\mathbf{V}_2 = C\mathbf{i} + D\mathbf{j}, \quad (19)$$

ahol: -  $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2$ , vektorok kiinduló állapotban,  
-  $A, B, C, D$ , kiinduló vektorok komponensei.

A deformáció utáni téglalapot leíró vektorok komponenseinek meghatározása a (20–21) összefüggések szerint történik [6].

$$\mathbf{v}_1 = a\mathbf{i} + b\mathbf{j}, \quad (20)$$

$$\mathbf{v}_2 = c\mathbf{i} + d\mathbf{j}, \quad (21)$$

ahol: -  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ , vektorok hengerlés utáni állapotban,  
-  $a, b, c, d$ , vektorok komponensei hengerlés után.

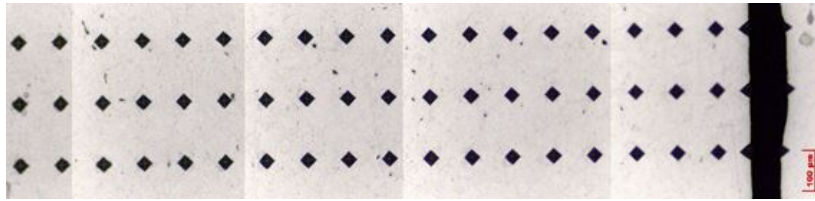
A (18–21) egyenletekből [6] szerint a deformációs gradiens mátrix a (22) összefüggés szerint számítható.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \mathbf{F} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \mapsto \mathbf{F} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1}, \quad (22)$$

ahol  $\mathbf{F}$  a deformációs gradiens mátrix. A deformációs sebességek meghatározása a gradiens mátrix elemeiből a (23) összefüggéssel lehetséges.

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{F}^{-1} \approx \frac{\mathbf{F}}{\Delta t} \cdot \mathbf{F}^{-1}, \quad (23)$$

ahol  $\mathbf{L}$ , a deformációs sebesség mátrix.



4. ábra: 1. minta keménységmérési nyomairól készült felvétel hengerlés előtt, világos látótérben

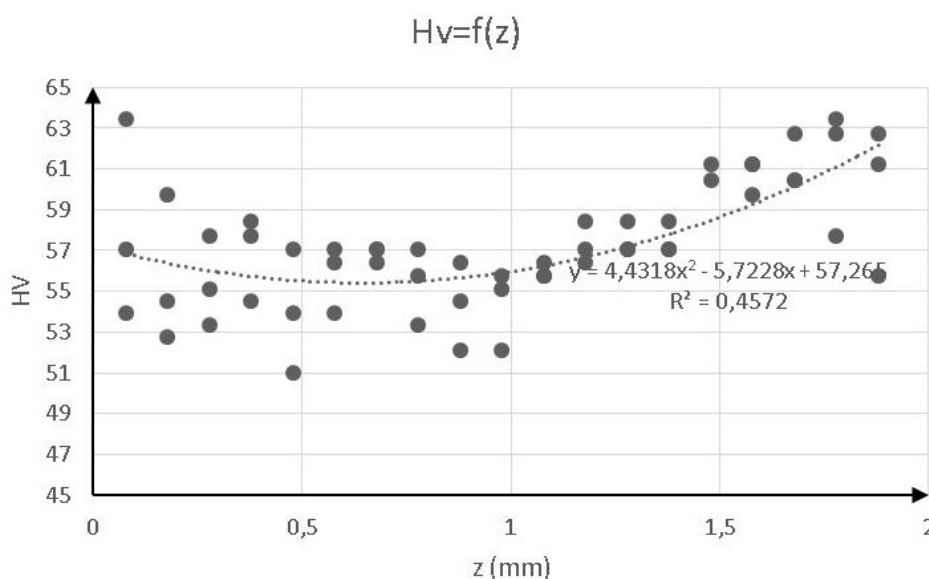
A keménységi profilt 3 függőleges vonalon, egy vonal mentén 27 pontban mértük. A keménységmérési pontok eloszlására példa a 4. ábrán látható. A keménységmérési pontok a hengerlés során egymáshoz képest elmozdulnak, az elmozdulásokból az alakváltozások kiszámíthatók. A hengerelt lemezek elmozdulásait a végeselemes modellezés eredményeivel összevetve meghatározható a hengerek és a lemez közötti súrlódási tényező.

A keménységméréséhez Zwick Roell ZHV  $\mu$  Micro hardness tester keménységmérőt használtunk, 10-es nagyítás és 0,005 kg terhelés, valamint 10 másodperc mérési idő mellett. A felületekről Zeiss Axio Imager A2.m mikroszkóppal készítettünk felvételeket.

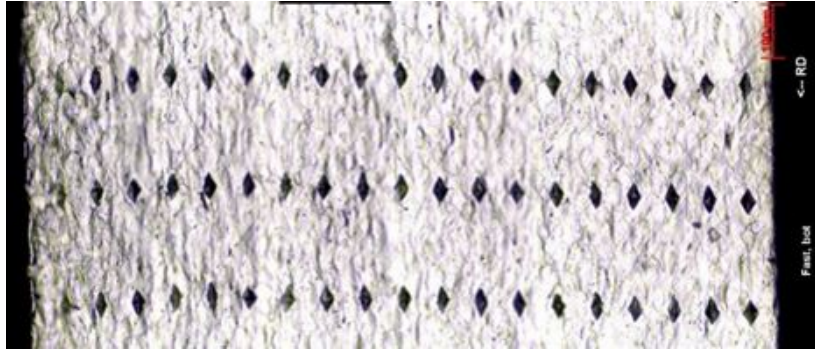
A kezdeti keménység profilra példa az 5. ábrán látható. Az értékekre másodfokú függvény illeszthető. A mérések alapján az Al6082 minták átlagos keménysége 54HV, az Al1050 mintáké pedig 26 HV. Az adatok kinyerését nehezítették a deformáció során a keménység mérési nyomainak éles sarkából kiinduló repedések. Ezeket a kiugró értékeket a további feldolgozás során nem vettük figyelembe. A mérés a képeken felismerhető Vickers keménységmérési nyomokra illesztett téglalapokkal történt. Az ImageJ szoftverből pontosvesszővel elválasztott szövegfájlként nyerhetők ki a felismert téglalapok középpontjainak adatai, melyekre függvény illeszthető. A hengerelt lemezekről készült mikroszkópos felvételre példa a 6. ábrán látható.

A feldolgozás lépései:

- Színes felvétel szétbontása szín csatornák szerint.
- Felvétel bináris képpé alakítása (threshold funkcióval).
- Alakzatok és a bennfoglaltó téglalapok középpontjainak exportálása .csv fájlba.
- Téglalapok szűrése, manuális szűrése és eltolása az ábrázoláshoz.



5. ábra: 1. minta keménységértékei a lemezvastagság függvényében hengerlés előtt



**6. ábra:** 5. mintáról készült mikroszkópos felvétel

A különböző pontok elmozdulásának ismeretében a pontok elmozdulásaiból (24)–(26) összefüggések segítségével meghatározható a különböző irányú normál- és csúsztató deformációk nagysága. A deformációk ismeretében a deformációs mátrix sajátértékeiként kapjuk a főnyúlásokat. A főnyúlások ismeretében a Huber-Mises-Hencky elmélet segítségével egyenértékű deformáció határozható meg.

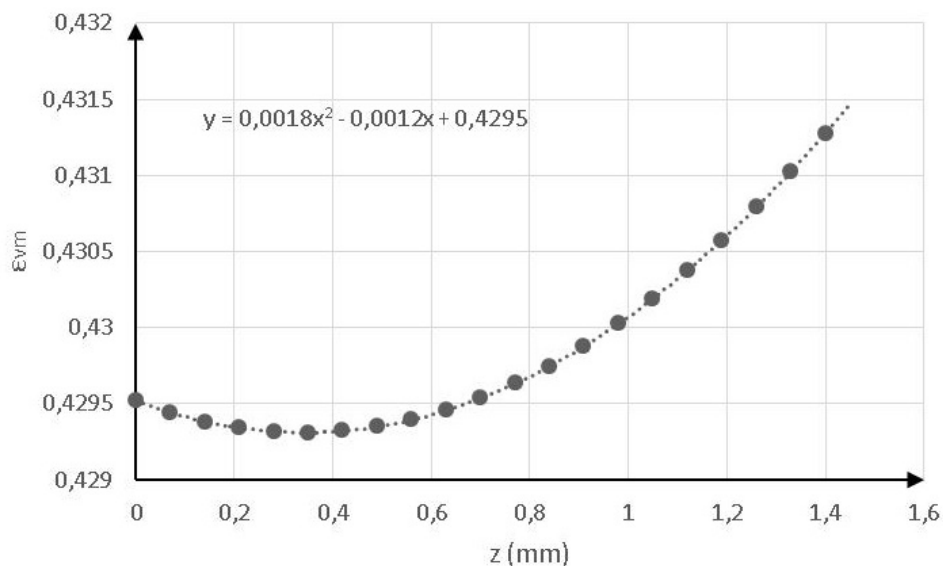
Különböző irányokhoz tartozó deformációk nagysága ( $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_z$  fajlagos nyúlások,  $\gamma_{xz}$  pedig jellemző szögtorzulás):

$$\varepsilon_x = \frac{h_0}{h} - 1, \quad (24)$$

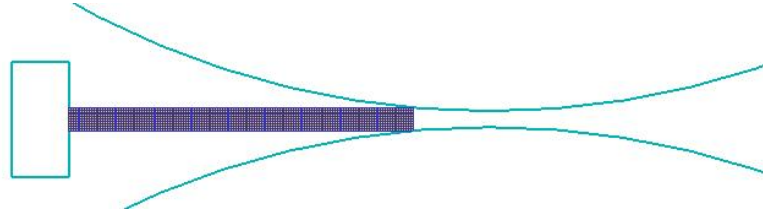
$$\varepsilon_z = \frac{h - h_0}{h_0}, \quad (25)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{dx}{dz}. \quad (26)$$

A redukált deformáció meghatározásához felhasználható, hogy az  $x$  irányú deformáció elhanyagolható, mivel a henger korlátozza a tengelyével párhuzamos elmozdulást.



**7. ábra:** 5. minta  $x$  irányú von Mises szerinti redukált deformációja a vastagság menti pozíció függvényében



8. ábra: Végeselemes modellezéshez használt geometria

A deformációk mátrixban ábrázolva:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}. \quad (27)$$

A deformációs mátrixból a mátrix sajátértékeivel meghatározhatók a fődeformációk, melyből (28) szerint egyenértékű deformáció számítható. Redukált feszültségek a főirányokhoz tartozó deformációk ismeretében:

$$\varepsilon_{eq,VM} = \sqrt{\frac{2}{9} [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]}. \quad (28)$$

A deformációk vastagság menti eloszlására példa a 7. ábrán látható. A többi minta eredménye alapján belátható, hogy szimmetrikus hengerlés esetén a lemezben közel szimmetrikus deformáció eloszlás lép fel, aszimmetrikus hengerlés esetén pedig az aszimmetria nagyságától függően a minimális deformáció értéke a lassabb sebességű henger felé tolódik el. A hengerlés során fellépő súrlódási tényező meghatározására végeselemes modellezést alkalmaztunk. A gyorsabb számítás miatt kétdimenziós, síkalakváltozási modellt feltételeztünk.

**1. táblázat:** AL-1100 és AL-6063 lineáris viselkedését leíró paraméterek

Paraméter	Érték
$E$ [MPa]	68 900
$\nu$ [-]	0,33

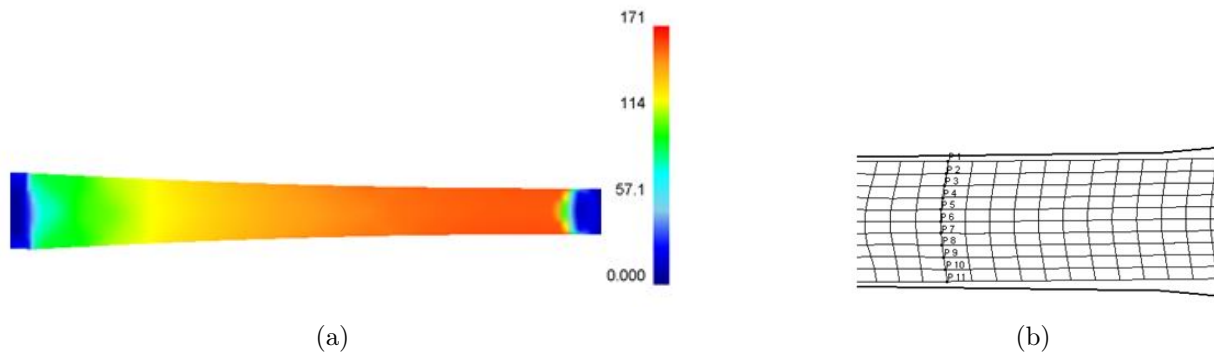
**2. táblázat:** AL-1100 folyási görbájének felhasznált értékei

$\varepsilon$ [-]	$\dot{\varepsilon}$ [1/s]	$\sigma$ [MPa]
0	1	40
0,2	1	73,975
1	1	119,31
2	1	123
0	100	41
0,2	100	76
1	100	121
2	100	125

**3. táblázat:** AL-6063 folyási görbájének felhasznált értékei

$\varepsilon$ [-]	$\dot{\varepsilon}$ [1/s]	$\sigma$ [MPa]
0	1	80
0,09	1	99,832
0,82	1	169,665
2	1	173
0	100	81
0,09	100	10,832
0,82	100	171,655
2	100	175





9. ábra: a) Redukált feszültség értékek rögzített paraméterek mellett MPa-ban, b) Vizsgált pontok

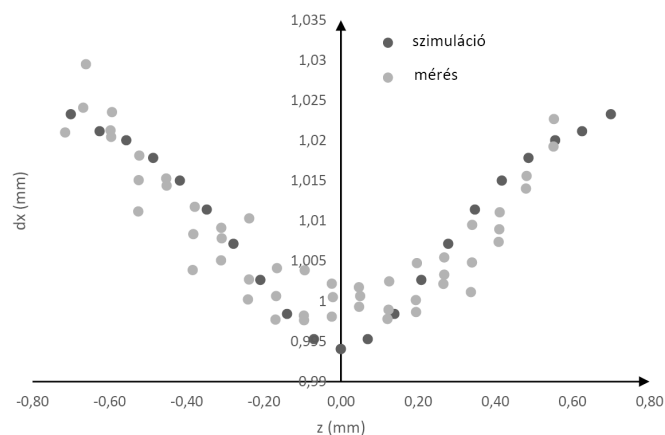
#### 4. VEM eredmények és adatok kinyerése

A modell összeállítása során a hengereket végtelenül merevnek (rigid body) tekintettük a modellben. Ez az egyszerűsítés nem okozott jelentős hibát a későbbi számításokban. A lemez anyagaként Al-1050 és Al-6082 helyett ezekhez hasonló viselkedést mutató, az alkalmazott szoftverben megtalálható "AL-1100" és "AL-6063" nevű anyagmodelleket definiáltuk. A szimuláció lépéseinek meghatározása idő alapon történt, az idő nagysága lépésként 0,01 s. Az összeállított geometriai modell a 8. ábrán látható.

A vizsgált geometria hengerlés előtti magassága 2 mm, hossza 30 mm. Hengerek átmérője 150 mm. A hengerek fordulatszáma, a munkadarab végső magassága, és a henger-munkadarab közötti súrlódási tényező szimulációként eltérő. A hálózás egyenlő elemméretű szabályos négyzethálózattal történt, a munkadarab vastagsága mentén 10–20 elemre bontottuk fel azt. A szimuláció eredményeként ezen csomópontokhoz tartozó deformáció-, elmozdulás- és feszültség- értékeket nyertük ki a szoftverből. Az anyagok lineáris modelljének és folyási egyenletének paraméterei az 1–3. táblázatban találhatóak.

A szimuláció eredményeként kapott redukált feszültség konkrét paraméterek mellett a 9(a) ábrán látható. A szimulációkból egy kezdetben egyenes vonalhoz tartozó csomópontok koordinátáit mentettük, amelyeket a deformációk kiszámításához használtuk fel. A 9(b) ábrán a behálózott lemez és a hengerek hengerlési részben található része látható.

Súrlódási tényező illesztése a vége-selemes módszer és a mérési eredmények összevetésével történt. Az Al6082-es anyag súrlódási tényezője az illesztés alapján 0,075. Az 1. mintára vonatkozóan ez a 10. ábrán látható. A vízszintes tengelyen a lemezvastagság menti koordinátát, a függőleges tengelyen



10. ábra: 1. minta pontjainak elmozdulása 0,075 súrlódási tényező feltételezése mellett

a lemez elmozdulását ábrázoltuk. Az ábrán a VEM szimuláció eredményének (sötét színű adatsor) és a mérési eredményeknek (világos színű adatsor) összehasonlítása látható. A súrlódási tényező a többi esetben is 0,07 és 0,08 közötti értékű.

## 5. Következtetések

Munkánk eredményeként sikerült meghatározni a hengerlés során fellépő súrlódási tényező értékét, a hengerlési sebességkülönbség hatását az aszimmetriára, a lemezek átlagos keménységét a kiinduló állapotban és a lemezekben fellépő deformáció eloszlását. A VEM modell felépítését mutattuk be és a hengerelt minta adatait összevetettük a VEM modellezés eredményeivel. VEM modellezés alapján meghatároztuk a lemez és a hengerek közötti súrlódási tényező nagyságát. A továbbiakban a dolgozat eredményei felhasználhatók a szerkezet változásának vizsgálatához, továbbá összevethetők más módszerek eredményeivel.

## 6. Köszönetnyilvánítás

A munka az EFOP-3.6.1-16-2016-00018 “A felsőoktatási rendszer K+F+I szerepvállalásának növelése intelligens szakosodás által Sopronban és Szombathelyen” című projekt keretében valósult meg.

## 7. Irodalomjegyzék

- [1] Gulyás J., Horváth Á., Illés P., Farkas P., *Acélok Hengerlése*, Miskolci Egyetem, 2013.
- [2] Krállics Gy., *Fémek képlékeny alakítása 1. Mechanikai alapfogalmak, anyagszerkezeti változások*, egyetemi jegyzet, Miskolci Egyetem, 2019.
- [3] Krállics Gy., Szűcs M., Lénárd J., *Súrlódási tényező meghatározása lemez hideghengerlésnél*, Bányászati és Kohászati Lapok - Kohászat 145(2), 2012, pp. 3-6.
- [4] Szűcs M., *Alumínium ötvözetek aszimmetrikus hengerlése*, Miskolci Egyetem, 2014.
- [5] R. Roumina, C. Sinclair, *Deformation Geometry and Through-Thickness Strain Gradients in Asymmetric Rolling*, Metallurgical and Materials Transactions A 39, (2008), pp. 2495-2503 [CrossRef](#)
- [6] C. Boldetti, C. Pinna, I.C. Howard, G. Gutierrez, *Measurement of deformation gradients in hot rolling of AA3004*, Experimental Mechanics 45(6), 2005, pp. 517-525 [CrossRef](#)